Fizika Diákolimpia

59. évfolyam
2017/2018-es tanév
A kategória – *a kerületi forduló feladatai*

1. Labda a minigolf pályán

A minigolf pálya egyik akadálya egy állítható α dőlésszögű $l = 1{,}5$ m hosszú cső. A cső alsó nyílásában egy homogén $m = 40$ g tömegű és $r = 20$ mm sugarú labda van. A játékos az ütővel úgy üti meg a labdát, hogy a cső tengelyének irányában halad, kezdeti sebessége $v_0 = 3{,}2\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ és az ütést követő közvetlen pillanatban még nem forog.

a) Írják le röviden a folyamatot! Készítsenek szemléltető rajzot, felvázolva rajta a csőben haladó labdára ható erők vektorait!

b) Határozzák meg a labda pályájának azon hosszát, amelyen a labda ω szögsebessége eléri az $\omega = v_1/r$ értéket, ahol v_1 a labda tömegközéppontjának a sebessége!

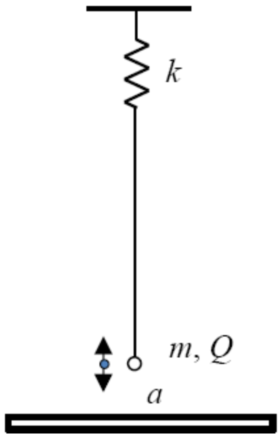
c) Határozzák meg, mekkora minimális v_{01} kezdeti sebességnél éri el a labda a cső felső nyílását!

A labda és a cső belső fala közt fellépő súrlódási tényező $f = 0{,}13$! Oldják meg a feladatot a cső vízszinteshez viszonyított $\alpha_1 = 20°$ és $\alpha_2 = 30°$ dőlésszögére!

A nehézségi gyorsulás $g = 9{,}8\ \mathrm{m\ s^{-2}}$. Egy m tömegű és r sugarú homogén golyó tehetetlenségi nyomatéka $I = \frac{2}{5}mr^2$ (a golyó középpontján áthaladó forgástengelyre számítva).

2. Rezgések

Egy homogén kis r sugarú alumínium golyó függ a hosszú, vékony és szilárd fonálon, amely elektromosan szigetel – a fonál másik vége egy k merevségű rúgóra van erősítve (A–1 ábra). Ha a golyót kitérítjük egyensúlyi helyzetéből majd elengedjük, függőleges irányú rezgő mozgást végez.



vezető fémlap

A–1 ábra

a) Határozzák meg a rezgés T_0 periódusidejét!

A golyónak Q elektromos töltést adunk.

b) Határozzák meg a Q_m maximális töltést, amelynél az elektromos térerősség a golyó felületén nem haladja meg a levegő E_p elektromos szilárdságát!

A golyó alá $a \gg r$ távolságban, egy tökéletes vezetőből készült nagyméretű vízszintes sík fémlapot helyezünk (méretei jóval nagyobbak a-nál, elvileg végtelen nagy).

c) Készítsenek két rajzot (1) a fémlap nélkül, majd (2) a fémlappal! Ábrázolják a rajzokon a statikus elektromos tér erővonalait!

Használják fel a tükrözési módszert, amely szerint a fémlap hatása helyettesíthető egy másik, megfelelő töltést hordozó fémgolyóval (tükörtöltéssel)! A töltést hordozó fémgolyó és a fémlap közötti elektromos tér azonos azzal az elektromos térrel, amelyet a tükörtöltés segítségével hozunk létre a fémlap nélkül – ekkor, a fémlap eredeti helyzete alatti térrészben a fémlap feletti elektromos tér tükörképe van jelen. Használják fel, hogy az elektromos tér mindig merőleges a vezető felületére!

d) Meg tudjuk mérni, mekkora a fémgolyó függőleges elmozdulása, miután a ¨fémgolyó alá helyeztük a fémlapot? Az általunk használt mérőeszközzel mért legkisebb elmozdulás Δx_min.

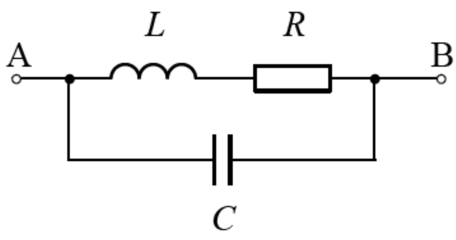
e) Meg tudjuk mérni, mekkora ΔT értékkel változik meg a fémgolyó függőleges rezgésének periódusa ha alája helyezzük a fémlapot? A rezgésidőt δT_min relatív pontossággal tudjuk mérni.

A fonál és a rúgó tömege elhanyagolhatóan kicsi. A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre: az alumínium sűrűsége $\rho = 2{,}7 \times 10^3\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$, $r = 5{,}0\ \mathrm{mm}$, $k = 0{,}50\ \mathrm{N\,m^{-1}}$, $\varepsilon_0 = 8{,}9 \times 10^{-12}\ \mathrm{F\,m^{-1}}$ a vákuum permitivitása, $E_\mathrm{p} = 3{,}0\ \mathrm{MV\,m^{-1}}$, $Q = 2{,}5\ \mathrm{nC}$, $a = 10\ \mathrm{cm}$, $\Delta x_\mathrm{min} = 10\ \mathrm{\mu m}$, $\delta T_\mathrm{min} = 10^{-8}$!

Megjegyzés: a számításokban használják fel a következő közelítőleges összefüggést: $(1 + y)^n \approx 1 + ny$ ha $|y| \ll 1$.

3. A rezisztor nagyfrekvenciás tulajdonságai

Az áramköri elemeknél bizonyos elsődleges tulajdonságokat tételezünk fel – rezisztoroknál elektromos ellenállást, kondenzátoroknál elektromos kapacitást, tekercseknél indukciót. Bizonyos esetekben az elemek más tulajdonságait is figyelembe kell venni.



A–2 ábra

Vizsgáljuk meg egy rezisztort. Az alaptulajdonsága, hogy van elektromos ellenállása (R). Amikor a rezisztorban áram folyik, mágneses mező veszi körül, amelyet az L indukció jellemez. A rezisztor csatlakozási pontjai közt elektromos feszültség van, a rezisztort elektromos tér övezi, amelyet a C kapacitás jellemez. Egy rezisztor tulajdonságait az A–2 ábrán látható helyettesítési séma írja le.

a) Az A–2 ábra alapján a rezisztor egy párhuzamos rezonancia-áramkör. Határozzák meg ennek az áramkörnek az f_0 rezonancia-frekvenciáját, azt a frekvenciát, amelynél a komplex $\boldsymbol{Y} = 1/\boldsymbol{Z}$ admitancia reális, valamint határozzák meg a létrejöttének a feltételét!

b) Fontolják meg, hogy milyen frekvenciákon viselkedik tökéletes rezisztorként, milyen frekvenciákon van induktív tulajdonsága és milyen frekvenciákon nyilvánul meg a kapacitása! Az állításukat indokolják meg!

Az A és B csatlakozási pontokhoz (A–2 ábra) U effektív feszültségű és f frekvenciájú harmonikus áramforrást csatlakoztatunk.

c) Készítsék el a kétpólus fázordiagrammját! Határozzák meg a feszültség és áram közötti φ fáziskülönbséget az áramforrás pólusain!

d) Határozzák meg az áramforrás P valós teljesítményét!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre: $R = 600\ \Omega$, $L = 2{,}0\ \mu\text{H}$, $C = 3{,}0\ \text{pF}$, $U = 12\ \text{V}$, $f = 80\ \text{MHz}$!

4. Optika

Mikroszkóppal akarunk megfigyelni egy átlátszó rácsot, amelyet $a = 650\text{ nm}$ széles sávok alkotnak – a szomszédos sávok tengelyei közti távolság $b = 1{,}20\text{ µm}$. A mikroszkóp két gyűjtőlencséből áll. Az objektív átmérője $d_1 = 10\text{ mm}$, fókusztávolsága $f_1 = 6{,}0\text{ mm}$, az okulár fókusztávolsága $f_2 = 6{,}0\text{ cm}$. Az objektív és okulár közti távolság $L = 15\text{ cm}$. A rácsot $\lambda = 520\text{ nm}$ hullámhosszúságú fénnyel világítjuk meg.

Amikor a fény áthalad a rácson, diffrakciót szenved. Hogy a rács különálló sávjait meg tudjuk figyelni, legalább az első diffrakciós melléknyalábnak be kell lépnie az objektívbe!

a) Készítsenek vázlatos rajzot, feltüntetve benne az objektív távolságát a rácstól, valamint azokat a lényeges mennyiségeket, amelyekkel meghatározhatók a diffrakciós nyalábokat jellemző elhajlási szögek!

b) Határozzák meg az első diffrakciós melléknyaláb maximumának $\varphi_1$elhajlási szögét! Ennek a melléknyalábnak a maximumát kell, hogy befogja az objektív ahhoz, hogy a sávok megfigyelhetők legyenek. Határozzák meg az objektív rácstól mért legnagyobb $c_{\max}$ távolságát, amelynél a 0 és ± 1 rendű nyalábok belépnek az objektívbe! Írják le, mit figyelnénk meg, ha a távolság $c > c_{\max}$ lenne!

c) Rajzolják le a lencsék elrendezésének sematikus rajzát, valamint határozzák meg a rács és objektív közötti c távolságot, amelynél az okulár létrehozza a rács O_2 látszólagos képét az $l = 25$ cm-es tiszta látás távolságban! Győződjenek meg róla, hogy teljesül-e a $c < c_{\max}$ feltétel!

d) Határozzák meg a $z = \varphi/\varphi_0$ szögnagyítást, ahol φ az a szög, amely alatt az O_2 képet figyeljük meg, φ_0 pedig a szög, amely alatt a P_1 tárgyat figyelnénk meg az l tisztalátás távolságból! Döntsék el, megfigyelhetőek-e a rács sávjai szabad szemmel, ill. mikroszkóppal, ha a szem felbontóképessége $\Delta\varphi = 1'$ (egy szögperc)! Tételezzék fel, hogy mindkét szögre érvényes $\varphi, \varphi_0 \ll 1\text{ rad}$, és ekkor érvényes (radiánokban kifejezve), hogy $\tan\varphi \approx \varphi$ és $\tan\varphi_0 \approx \varphi_0$!

Fizika Diákolimpia – 59. évfolyam – az A kategória kerületi fordulójának feladatai
A feladatok szerzői: Ľubomír Konrád 1, Ivo Čáp (2-4)
A feladatokat lektorálta: Daniel Kluvanec, Ľubomír Mucha
Szerkesztő: Ivo Čáp
Szlovákiai Fizika Olimpiász Bizottsága
Kiadta: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava, 2018